**STG Nouvelle Calédonie mars 2012**

**Exercice 4 6 points**

La courbe c tracée ci-dessous est la courbe représentative d’une fonction *f* définie sur ]0 ; +∞[.



La droite tracée en pointillés est la tangente à c au point d’abscisse 1.

**Partie A**

*Dans cette partie, il est demandé de répondre aux différentes questions par lecture graphique.*

*Aucun calcul n’est donc attendu.*

1. Donner le nombre de solutions de l’équation *f* (*x*) = 0.
2. Résoudre l’équation *f* ′(*x*) = 0.
3. Déterminer *f* ′(1).

**Partie B**

En fait, la fonction *f* est définie sur ]0 ; +∞[ par : *f* (*x*) = 2*x* – 2 − 4ln(*x*).

1. Montrer que : *f* ′(*x*) = pour tout *x* > 0.

2. En déduire le tableau de variation de *f* . On indiquera la valeur exacte du minimum.

On notera α la solution de l’équation *f* (*x*) = 0 appartenant à l’intervalle [3 ; +∞[.

Déterminer un encadrement de *α* à 10−2 près puis à 10−3 près.

**Partie C**

Soit *C* la fonction définie sur l’intervalle [1 ; 6] par :

*C*(*x*)= *x²*  + 2*x* − 4*x* ln(*x*).

Une entreprise fabrique des boitiers de télécommande plastiques. Lorsque l’entreprise fabrique *x* milliers de boitiers par jour, le coût moyen de production d’un boitier est égal à *C*(*x*) (*x* est compris entre 1 millier et 6 milliers). Le coût moyen est exprimé en euros.

1. Montrer que *C*′(*x*) = 2*x* −2 − 4ln(*x*) où *C*′ désigne la fonction dérivée de *C* sur [1 ; 6].
2. À l’aide de l’étude faite dans la partie B, déterminer le signe de *C*′(*x*) sur [1 ; 6] puis établir le tableau de variation de *C* sur l’intervalle [1 ; 6].

3. En déduire le nombre de boitiers à produire par jour pour que le coût de production d’un boitier soit minimum. On donnera une valeur approchée du résultat à un boitier près.